

LE TRANSFORMATEUR MONOPHASE

I. PRESENTATION

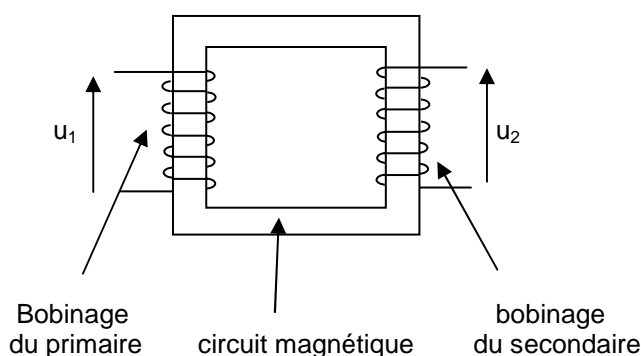
Un transformateur est constitué d'un circuit magnétique (composé de feuilles en acier accolées) sur lequel sont disposés deux bobinages en cuivre : le primaire et le secondaire.

On note N_1 le nombre de spires du primaire et N_2 le nombre de spires du secondaire.

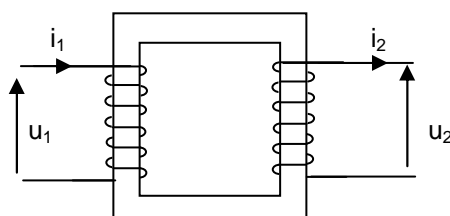
Pour distinguer le primaire du secondaire, on affecte l'indice 1 aux grandeurs caractérisant le primaire et l'indice 2 aux grandeurs caractérisant le secondaire.

Dans ce cours, le transformateur est alimenté par une tension primaire alternative sinusoïdale, de fréquence $f = 50$ Hz et de valeur efficace U_1 .

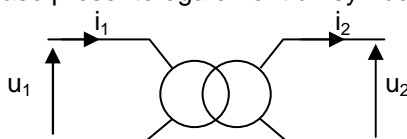
Le but d'un transformateur monophasé est de modifier la valeur efficace d'une tension : on passe donc d'une valeur efficace au primaire, U_1 , à une valeur efficace apparaissant au secondaire, U_2 .



Conventionnellement, on représente les flèches tensions et courant de la manière suivante :



Le transformateur monophasé présente également un symbole :



Le bobinage du primaire est celui qui est alimenté : il est donc un récepteur. On adopte alors au primaire une convention récepteur.

Le bobinage du secondaire est celui qui alimente la charge : il est donc générateur. On adopte alors au secondaire une convention générateur.

II. FONCTIONNEMENT

Le bobinage du primaire est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u_1 . Il est alors parcouru par un courant i_1 , également alternatif sinusoïdal, de valeur efficace I_1 .

La circulation d'un courant dans le circuit primaire génère un champ magnétique \vec{B} , évoluant au cours du temps, proportionnel à la valeur efficace I_1 du courant primaire et également au nombre de spires N_1 du bobinage.

Ce champ magnétique \vec{B} génère alors un flux Φ évoluant au cours du temps, et circulant préférentiellement à travers les parties métalliques, c'est à dire à travers le circuit magnétique du transformateur. Si ce circuit magnétique n'est pas saturé, le flux Φ évolue de façon alternative sinusoïdale.

Si il n'y a aucune fuite de flux, l'intégralité du flux généré par le bobinage primaire se retrouvera au niveau du bobinage secondaire.

Dans le cas contraire, quelques lignes de flux ne circule pas dans le circuit magnétique : ces lignes de flux sont alors perdues et on retrouve au niveau du secondaire une grande partie du flux généré par le bobinage secondaire.

Le flux que l'on retrouve au secondaire est un flux qui évolue également de la même façon que le flux au primaire. Il engendre alors une tension aux bornes du bobinage secondaire, tension alternative sinusoïdale, de valeur efficace U_2 .

La plaque signalétique du transformateur renseigne sur son utilisation :

S'il est indiqué 220 V / 24 V ; 50 Hz, cela veut dire que le primaire étant alimenté sous une tension de valeur efficace $U_1 = 220$ V et de fréquence $f = 50$ Hz, celui ci délivre une tension de valeur efficace $U_2 = 24$ V possédant la même fréquence $f = 50$ Hz.

Si la valeur efficace U_2 est inférieure à U_1 , le transformateur est dit abaisseur de tension.

Si la valeur efficace U_2 est supérieur à U_1 , le transformateur est dit élévateur de tension.

Un transformateur monophasé peut également jouer le rôle d'isolation galvanique : le bobinage du secondaire n'est nullement relié au bobinage du primaire par une connexion électrique.

III. TRANSFORMATEUR MONOPHASE PARFAIT

3.1 hypothèse

On suppose que le transformateur ne présente aucune perte :

* les pertes Joule dans les bobinages sont considérées comme nulle : $P_J = 0$

* les pertes magnétiques, correspondant aux pertes de lignes de flux dans le circuit magnétiques sont considérées comme négligeables : $P_{mag} = 0$

* les pertes fer, correspondant à la puissance perdue par la circulation des courants de Foucault dans le circuit magnétique, sont minimalisées par le feuilletage du circuit magnétique : $P_{fer} = 0$

On suppose également que le circuit magnétique ne sature pas. Ainsi, toutes les grandeurs, telles que tension, courant, champ magnétique et flux magnétique évoluent de façon alternative sinusoïdale.

3.2 relation entre les tensions

La tension primaire u_1 appliquée aux bornes du bobinage primaire engendre un flux dans le circuit magnétique. On appelle φ ce flux magnétique. φ circule dans le circuit magnétique, aussi bien au primaire qu'au secondaire car on suppose aucune perte de ligne de champ.

Le bobinage primaire comporte N_1 spires ; le flux total à travers ce bobinage est $\varphi_P = N_1 \varphi$

Le bobinage secondaire comporte N_2 spires ; le flux total à travers ce bobinage est $\varphi_s = N_2 \varphi$

D'après la loi e Faraday, $u_1 = \frac{d\varphi_P}{dt}$ et $u_2 = - \frac{d\varphi_s}{dt}$

Par conséquent : $u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$ et $u_2 = -N_2 \frac{d\varphi}{dt}$

A partir de ces deux égalités, on obtient :

$$u_2 = - \frac{N_2}{N_1} u_1$$

On appelle **m** : **rapport de transformation** du transformateur.

$$m = \frac{N_2}{N_1}$$

Par conséquent : $u_2 = -m u_1$

Ainsi, si u_1 est une tension alternative sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz, la tension u_2 est aussi une tension alternative sinusoïdale de fréquence $f = 50$ Hz

3.3 relation de Boucherot

La tension primaire est u_1 et peut s'écrire sous la forme : $u_1 = U_1 \sqrt{2} \cos(\omega t)$

Le flux φ est donné par la relation : $u_1 = N_1 \frac{d\varphi}{dt}$ soit $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{u_1}{N_1}$

$\frac{d\varphi}{dt}$ s'écrit en fonction du temps sous la forme : $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{U_1 \sqrt{2}}{N_1} \cos(\omega t)$

par intégration φ s'écrit sous la forme : $\varphi = \frac{U_1 \sqrt{2}}{\omega N_1} \sin(\omega t) = \frac{U_1 \sqrt{2}}{2\pi f N_1} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$

La tension primaire impose donc bien le flux φ et celui ci est effectivement sinusoïdal. Le flux présente une valeur maximale $\hat{\Phi}$ donné par la relation :

$$\hat{\Phi} = \frac{U_1 \sqrt{2}}{2\pi f N_1}$$

La formule de Boucherot s'exprime à partir de la relation précédente. En effet, $\hat{\Phi} = S \hat{B}$ avec \hat{B} désignant la valeur maximale du champ magnétique et S l'aire de la section droite du circuit magnétique.

$$U_1 = 4,44 N_1 S f \hat{B}$$

3.4 relation entre les intensités primaire et secondaire

Lorsque le secondaire alimente une charge d'impédance complexe \underline{Z}_2 , un courant i_2 circule dans le secondaire. La loi d'ohm en notation complexe s'écrit alors : $\underline{U}_2 = \underline{Z}_2 \underline{I}_2$.

Un courant i_1 circule alors également au primaire. Ce courant est donné par le théorème d'Ampère : $i_1 = -\frac{N_2}{N_1} i_2$.

Les valeurs efficaces des deux courants primaire et secondaire sont donnés par la relation :

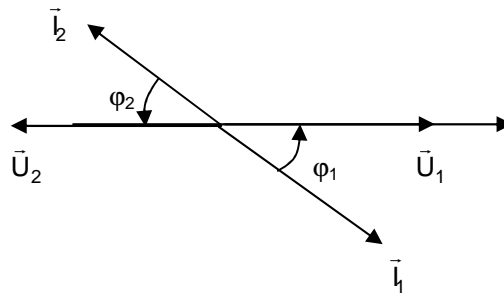
$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = m$$

3.5 diagramme de Fresnel ; relations entre les puissances

Le diagramme suivant présente les deux relations précédemment présentées :

$$\begin{aligned} u_2 &= -m u_1 \\ i_1 &= -m i_2 \end{aligned}$$

La charge branchée au secondaire impose le déphasage φ_2 existant entre les vecteurs \vec{I}_2 et \vec{U}_2 . Sur le diagramme, on peut voir que $\varphi_2 = \varphi_1$.



Ce diagramme engendre les relations suivantes :

Les puissances apparente, active et réactive absorbées par le primaire sont :

$$S_1 = U_1 I_1 \qquad P_1 = U_1 I_1 \cos \varphi_1 \qquad Q_1 = U_1 I_1 \sin \varphi_1$$

Les puissances active et réactive fournies par le secondaire à la charge sont :

$$S_2 = U_2 I_2 \qquad P_2 = U_2 I_2 \cos \varphi_2 \qquad Q_2 = U_2 I_2 \sin \varphi_2$$

On en déduit que :

$$\begin{aligned} S_1 &= S_2 \\ P_1 &= P_2 \\ Q_1 &= Q_2 \end{aligned}$$

Le rendement du transformateur est égal au rapport de la puissance P_2 fournie à la charge et de la puissance P_1 absorbé par celui-ci.

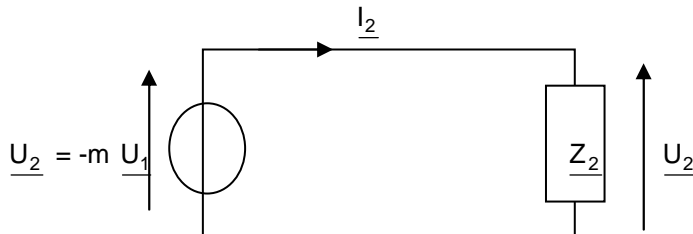
Lorsque l'on considère le transformateur monophasé parfait, le rendement η est égal à 1.

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = 1$$

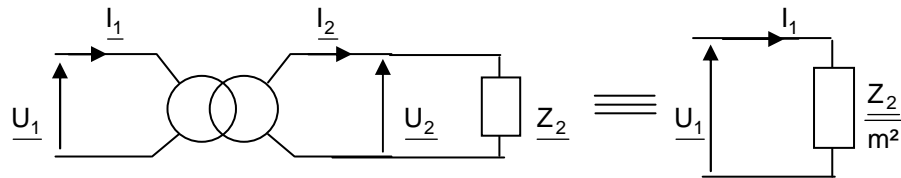
3.6 schémas équivalents

* vu du secondaire :

Le transformateur parfait vu du secondaire se comporte comme une source idéale de tension de f.é.m $u_2 = -m u_1$.



* vu du primaire



Des relations : $U_2 = -m U_1$ et $I_1 = -m I_2$, on peut écrire :

$$U_2 = Z_2 I_2 = -m U_1 \text{ et } Z_2 \left(-\frac{I_1}{m} \right) = -m U_1 \text{ soit } U_1 = \left(\frac{Z_2}{m^2} \right) I_2$$

On note Z_p l'impédance Z_2 ramenée au primaire : $Z_p = \frac{Z_2}{m^2}$

Tout se passe comme si l'alimentation du primaire voyait une impédance $Z_p = \frac{Z_2}{m^2}$, d'où le schéma équivalent vu du primaire.

IV LE TRANSFORMATEUR REEL

4.1 hypothèses du transformateur réel.

Les enroulements primaire et secondaire présentent des résistances que l'on note R_1 et R_2 . Le transformateur sera donc le siège de pertes par effet Joule (appelées également pertes cuivre) :

$$C = P_j = P_{cu} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2$$

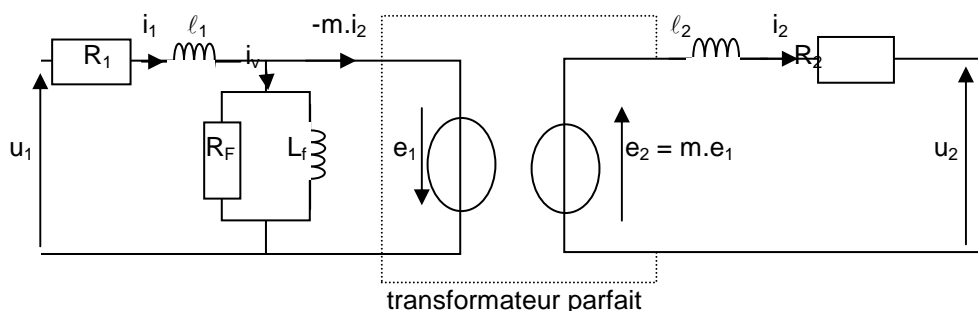
Les lignes de champ ne sont pas totalement canalisées par le circuit magnétique. Ces lignes se referment en effet dans l'air et non dans le circuit magnétique. Ces pertes que l'on appelle pertes magnétiques Q_{mag} sont proportionnelles à l'intensité du bobinage correspondant et sont quantifiées par des inductances primaire l_1 et secondaire l_2 . Ces pertes sont à caractère inductif.

Le circuit magnétique du transformateur n'est pas parfait : il présente des phénomènes de saturation, d'hystérésis et de courant de Foucault (minimalisés par le feuilletage). Ces pertes sont appelées pertes fer : P_{fer} .

Ces différentes pertes se traduisent par l'apparition d'un courant primaire I_0 à vide ($I_2 = 0$) et par conséquent une puissance absorbée à vide P_{10} non nulle.

4.2 modèle équivalent du transformateur réel.

On suppose que le circuit magnétique est linéaire : les phénomènes de saturation sont donc limités. Le modèle équivalent peut donc être un modèle linéaire :



* chute de tension en charge :

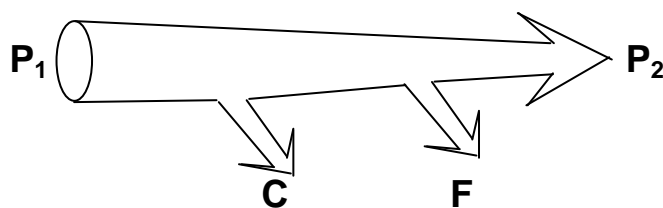
A cause des différentes résistances et inductances du modèle, la tension secondaire u_2 en charge est différente de la tension secondaire à vide u_{2v} .

On appelle chute de tension secondaire en charge la différence entre les valeurs efficaces de ces tensions :

$$\Delta U_2 = U_{2v} - U_2$$

* rendement du transformateur

Les puissances du transformateur se présentent sous la forme d'un tuyau percé :



Le rendement est donné par la relation : $\eta = \frac{P_2}{P_1}$. Il est toujours inférieur à 1.

* régime nominal

Un transformateur est conçu pour fonctionner dans certaines conditions, appelées conditions de fonctionnement nominal. La plaque signalétique d'un transformateur donne ce fonctionnement.

Exemple : 220 V / 24 V ; 50 Hz.

Ce transformateur est conçu pour qu'une tension de 220 V soit appliquée aux bornes de l'enroulement primaire. Dans ce cas, il délivre une tension secondaire très proche de 24 V, si la fréquence est égale à 50 Hz.

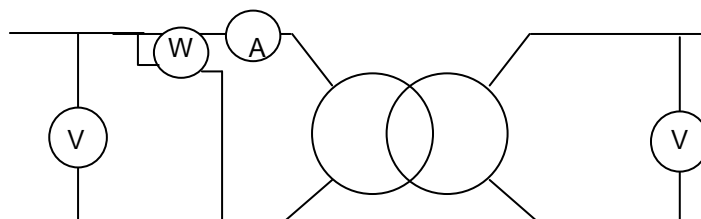
Une autre indication est la puissance nominale du transformateur, très souvent présentée sous la forme de sa puissance apparente nominale S_n . S_n est la puissance apparente primaire, proche de la puissance apparente secondaire. Elle nous renseigne sur l'ordre de grandeur des courants primaire et secondaire nominaux.

* essai à vide

Un essai à vide consiste à alimenter le transformateur sous sa tension primaire nominale U_{1n} .

Des appareils de mesure permettent de mesurer :

- * la tension primaire à vide $U_{1v} = U_{1n}$;
- * l'intensité efficace du courant primaire : I_{1v} ;
- * la puissance active absorbée par le primaire : P_{1v} ;
- * la tension secondaire U_{2v} .



L'essai à vide permet de déterminer le rapport de transformation m :

$$m = \frac{U_{2v}}{U_1}$$

La puissance P_{1v} absorbée par le primaire se répartit :

- * dans le circuit magnétique (pertes fer F) ;
- * dans l'enroulement primaire sous forme de pertes par effet Joule ($R_1 I_{1v}^2$)

Comme le courant I_{1v} est faible, les pertes joule sont négligeables devant les pertes fer.

L'essai à vide permet donc de déterminer les pertes fer :

$$F = P_{1v}$$

Dans le cas où l'essai à vide n'est pas effectué à tension nominale, les pertes fer calculées ne sont pas les pertes fer calculées pour le régime nominal. Pour les calculer avec $U_1 = U_{1n}$, il suffit de savoir que les pertes fer sont proportionnelles au carré de la valeur efficace de la tension U_1 .

$$F = k U_1^2$$

4.3 essai en charge : modèle définitif du transformateur

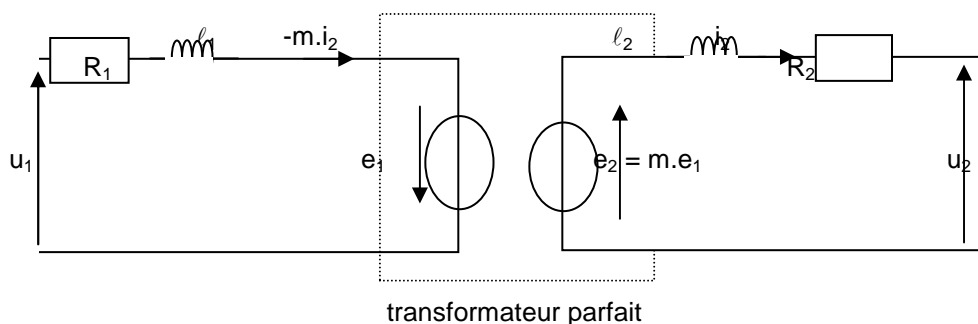
Au primaire, les courants sont définis par la relation : $I_1 = I_{1v} - m I_2$

Au régime nominal, les courants I_1 et I_2 sont nettement supérieur au courant à vide I_{1v} . Par conséquent, on peut écrire **en charge** :

$$I_1 = m I_2$$

C'est l'hypothèse de Kapp.

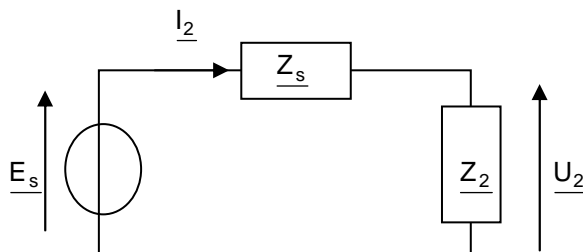
Dans ce cas, le modèle du transformateur peut être simplifié et linéarisé :



4.4 modèle équivalent de Thévenin pour la charge

Comme précédemment, la charge peut être vue du primaire comme du secondaire, mais cette fois ci, les impédances des enroulements primaire et secondaire sont à prendre en compte.

Pour la charge, le transformateur peut être assimilé à un générateur de Thévenin vu du secondaire de f.é.m \underline{E}_s et d'impédance interne \underline{Z}_s .



La loi d'Ohm s'écrit : $\underline{U}_2 = \underline{E}_s - \underline{Z}_s I_2$

On désigne \underline{Z}_s par : $\underline{Z}_s = R_s + j X_s$

R_s est la résistance totale du transformateur ramenée au secondaire

X_s est la réactance totale du transformateur ramenée au secondaire

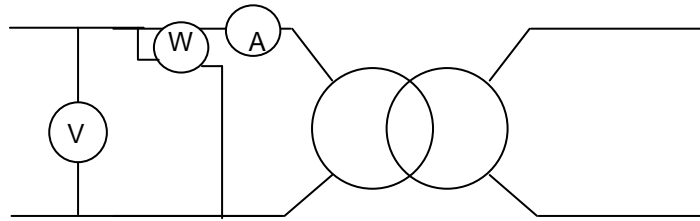
R_s et X_s sont données par :

$$R_s = m^2 R_1 + R_2$$

$$X_s = (m^2 l_1 + l_2) \omega$$

*** essai en court circuit : détermination de Z_p et Z_s .**

Le montage est le suivant :



La tension appliquée à l'entrée est une tension U_{1cc} , tension primaire de court circuit, très réduite devant U_{1n} . le secondaire est court circuité.

Le wattmètre mesure P_{1cc} , l'ampèremètre mesure I_{1cc} . On alimente de façon à ce que le courant I_{1cc} soit très proche du courant nominal I_{1n} .

La puissance active mesurée est principalement une puissance dissipée par effet Joule dans le primaire et le secondaire. En effet, en court circuit, le courant secondaire I_{2cc} est égal à $m I_{1cc}$ et n'est donc pas nul.

$$P_{1cc} = R_1 I_{1cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2 = C$$

Puisque $I_{1cc}^2 = m^2 I_{2cc}^2$, $C = R_1 m^2 I_{2cc}^2 + R_2 I_{2cc}^2$, soit :

$$C = P_{1cc} = R_s I_{2cc}^2$$

L'essai en court circuit permet également de quantifier l'impédance vue du primaire :

$$Z_p = \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

Or Z_s est donné par : $Z_s = m^2 Z_p$, d'où :

$$Z_s = m^2 \frac{U_{1cc}}{I_{1cc}}$$

Il est possible alors de déterminer X_s par la relation :

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2}$$

*** chute de tension secondaire : formule approchée**

La chute de tension secondaire peut être donnée par la relation suivante :

$$\Delta U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$$